

3.3. 複雑系経済現象の予測に期待されるカオスとフラクタルの概念

平成 20 年 9 月 30 日

特定非営利活動法人 NPO 新産業創造研究会 専務理事 酒井敏彦

混沌、無秩序を意味する‘カオス’ (Chaos)は‘ケイオス’ともいわれ、この不規則で非常に複雑にみえる現象も実は簡単な数学的な方程式で表現できるのではないかとするのがカオス理論(Chaos theory)である。複雑怪奇で時に美しいカオス現象も案外に単純なきっかけを発端としているのではないかとこの考えである。一方、複雑な全体図形も良く見てみると細かな部分形状を組み込んだ繰り返しであり、部分と全体が自己相似になっているという概念が‘フラクタル’ (Fractal)である。いずれも自然界には実例が多くみられ、予測の難しい複雑な雲や雨や台風の気象現象や、或いは株式市場での株価の変動などの経済現象等々はカオスであり、また、枝分かれした樹木の形状やリアス式海岸の形状等々はフラクタルの実例であると知られている。



図 1. カオスの発生：英国で小型飛行機（写真左下）を使って行われた 2006 年の NASA の実験。

着陸と離陸を繰り返す滑走路上で、後続機が先発機のとで原因不明の航空機事故を引き起こしていたが、この実験で、着陸時に翼端で起こった小さなスワールが、実験用に滑走路に撒かれた赤い着色の粉を巻き上げて飛行機後方に大きなボルテックスを引き起こしている事が実証された。

(英語版ウィキペディア「chaos theory」から引用。写真は著作権フリーのパブリック・ドメイン・ファイルから転載)



図 2. フラクタルの自己相似性：シダ植物の計算図形と実物のシダとの比較。

枝の全体形と枝分かれの個々の葉の形と葉を構成する末葉がそれぞれ自己相似の形状をしている。

筆者が初めてカオスとフラクタルという言葉に触れたのは、もう四半世紀も前の 1984 年から 1986 年にかけてのことで、当時、筆者はある中央研究所の総合企画室に所属しており、技術トップエグゼクティブの役員に通訳と企画・秘書業務を兼ねて米国ニューヨークにあるロックフェラー大学(The Rockefeller University)へ数回に亘って随行した時のことである。同大学は、石油王で慈善家のロックフェラー家が 1901 年に設立した大学で、生理学・医学分野のノーベル賞受賞者が多く、また、彼の野口英世がアフリカへ黄熱病研究に赴き自身も感染して現地で生涯を閉じる直前まで勤務していた大学でもあり、日本とは関わりの深い大学の一つである。(因みに、同大学のイーストリバー側に位置する図書館の入り口には、今でも、創立者のロックフェラー 1 世(John D. Rockefeller)の胸像と野口英世の胸像が左右対に並置されている。)

当時、ロックフェラー財団理事長のロックフェラー家の現代の当主であるデイヴィッド・ロックフェラー・シニア(David Rockefeller, Sr.)博士とロックフェラー大学学長のジョシュア・レダーバーグ(Joshua Lederberg)博士(この方も 1958 年のノーベル賞受賞者)にお目にかかって、初めての企業冠教授を創設する準備のための訪問であった。この時の冠教授がミッチェル・ファイゲンバウム(Mitchell J. Feigenbaum)博士であり、混沌としたランダムにみえる複雑なカオス現象の予測に繋がることになる数学的な境界点と 2 つの数学定数を発見した新進気鋭のカオス理論の数学物理学者の方であった。この 1975 年のファイゲンバウム定数の発見で、丁度、紀元前 2000 年頃に古代バビロニアで発見された円周率の π を使って半径の値から円の面積を求めることが出来るように、ファイゲンバウム定数を使えば、単純な二次方程式から複雑なカオス現象が発生し無限大に発散するという数学モデルで表すことが可能となった。さらに、同氏は、このモデルを使って、実際の自然界のカオス現象の一つである生物の個体数が世代を重ねることによってどのように変動していくのかの収束と発散を、ある種の小形生物に実際に予測実証をして見せ、この理論の検証もしている。

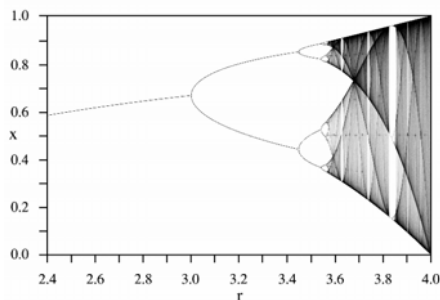


図 3. カオス理論：ファイゲンバウム点

(周期規則性の発散と収束の境界点を示す分岐図)

第 1 ファイゲンバウム定数： $\delta=4.66920160910299067185 \dots$

第 2 ファイゲンバウム定数： $\alpha=2.50290787509589282228 \dots$

日本では、思わぬところに思わぬ影響が出ることの例えに、『風が吹けば桶屋が儲かる』との諺があるが、海外では、『ブラジルでの蝶の羽ばたきがテキサスでトルネードを起こす』とか、『北京で蝶が羽ばたくとニューヨークで嵐が起こる』や『アマゾンを舞う1匹の蝶の羽ばたきが遠く離れたシカゴに大雨を降らせる』などの表現がある。これらはバタフライ効果と称されており、カオス系での初期条件の僅かな差が時間とともに拡大して（将来の）結果に複雑で大きな違いを生み出すという、まさに、カオスの発生とカオス現象の特徴そのものを示唆しているのではないのだろうか。

一方、フラクタルについては、実験で、簡単にフラクタル図形を得ることの出来るコッホ曲線(Koch curve)の描き方（図4）というのがある。

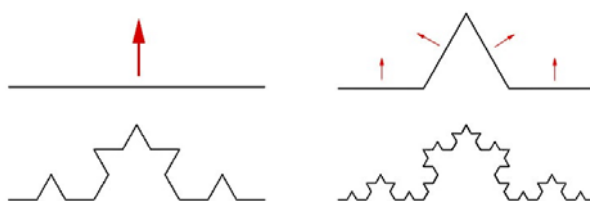


図4. フラクタル図形の一つ、コッホ曲線の描き方

1. 線分を引く。(図の左上)
2. この線分を3等分して、中央の線分を1辺とする正三角形を描き、下の辺を消す。(図の右上)
3. 得られた4つの線分ごとに、また同じ正三角形を描く操作を繰り返す。(図の左下)
4. 得られた16の線分に対して同じ操作を繰り返す。(図の右下)

これらの操作を無限に繰り返すとフラクタルのコッホ曲線が出来上がる。フラクタルの具体的な実例は自然界に多く存在する。前述のシダ植物の枝分かれの全体形状とそれらを構成する個々の葉の部分形状の自己相似の実例の他にも、意外な分野でもその実例が観察される。図6は、硫酸銅の液体が入った電解槽の中で実際に成長していたクラスタの形状であり、また、図7のオーストラリアのリアス式海岸の複雑な形状もフラクタルである。



図5. コッホ曲線 (256線分)



図6. フラクタルの実例

(電解槽のクラスタ形状)



図7. フラクタルの実例

(リアス式海岸、豪シドニー港)

さらに、コッホ曲線をつなぎ合わせて、始点と終点を一致させるとコッホ雪片ができあがる。これも各片を3等分して4線分とすることによって片の長さの合計はその都度4/3倍(1.33333333...倍)となる。これを繰り返していくと遂には無限大となり、有限の面積がこの無限の長さの周囲で囲まれているという不思議なことになってしまう。

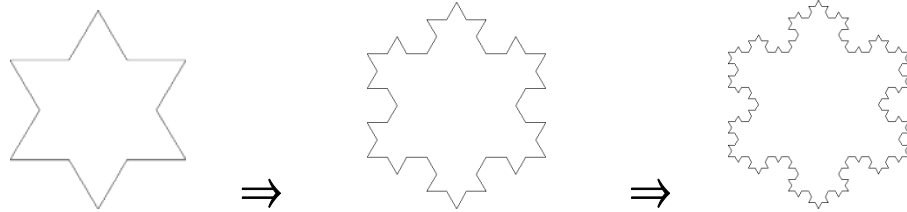


図 8. コッホ雪片 (12 線分)

図 9. コッホ雪片 (48 線分)

図 10. コッホ雪片 (192 線分)

コッホ雪片の実例は、言うまでも無く、雪の結晶である。図 11 は実際の雪の顕微鏡写真。図 12 は 1902 年に雪の写真撮影愛好家が米国バーモント州で撮った雪の結晶パターンの数々 (Wikipedia の “Snowflake” から転載)。いずれも 6 角形を基本としたフラクタル形状であり、図 9 (48 線分) や図 10 (192 線分) のコッホ雪片と酷似していることが判る。



図 11. フラクタルの実例
(雪の結晶の顕微鏡写真)

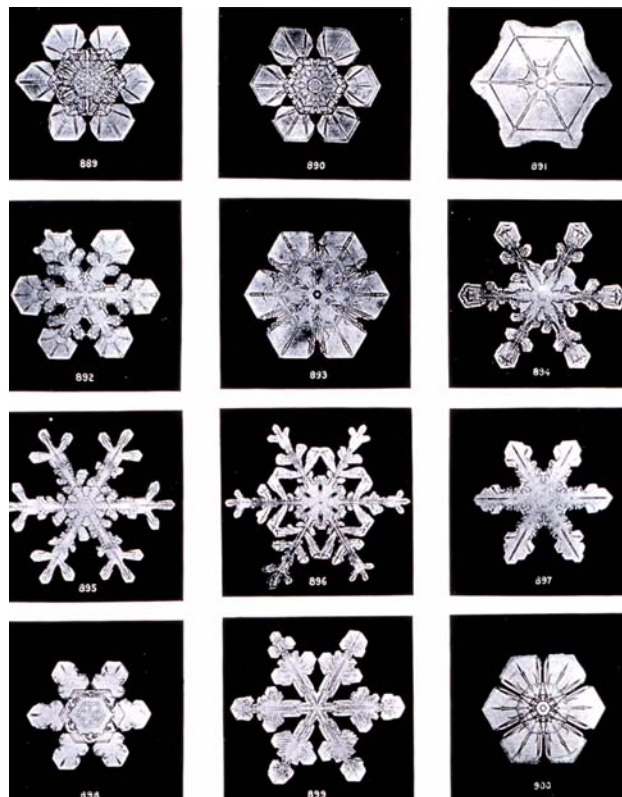


図 12. フラクタルの実例：雪の結晶
(米国写真家 Wilson Bentley 氏撮影、1902 年)

カオスとフラクタル、19 世紀の非線形微分方程式以来の古くて新しいこの概念は、現代の複雑な社会現象や経済現象のみならず、地球規模の人間活動が及ぼす自然現象への複雑な影響を解析することが出来るようになるだけでなく、更には、計算で（未来の）予測をすることが出来るようになる可能性を秘めた究極の学問として、今後、益々その期待と必要性が高まってくる筈である。

「経済活動の活性化を図る活動」、「科学技術の振興を図る活動」、「情報化社会の発展を図る活動」を主目的とする当特定非営利活動法人 NPO 新産業創造研究会では、新産業創造・新興企業育成・起業創生のための総合支援研究会として、今後とも産学官連携のもと、新しい産業の創造をめざした研究会活動を進めてまいります。

